Física Experimental III

Apendice A

<u>Grandezas Físicas e Unidades</u>

A Física é a ciência que estuda os componentes da matéria e suas interações. Pela observação dessas interações são construídos modelos que tentam explicar as propriedades da matéria e os fenômenos naturais.

A Física se baseia em medições. A observação do fenômeno físico vai resultar numa informação quantitativa, ou seja, atribui-se um número a uma propriedade física a partir da comparação entre quantidades semelhantes.

As propriedades físicas vão ser expressas na forma de grandezas, como por exemplo massa, comprimento e tempo.

Para se fazer comparações entre quantidades semelhantes de uma determinada grandeza é preciso definir uma unidade, ou seja, uma medida da determinada grandeza cujo valor é 1.

É definido então um padrão, um valor de referência para possibilitar a comparação das quantidades. Cada medição é feita em comparação com o padrão e assim as medições podem vir a ser comparadas entre si.

O padrão é definido de forma arbitrária, no entanto para ser possível uma comparação entre medições diferentes, feitas por pessoas diferentes, em tempos diferentes, é preciso buscar um padrão que seja acessível a todos e ao mesmo tempo invariável, para em qualquer situação medidas diferentes possam ser comparadas.

Prática: cada aluno deverá medir com a palma da sua mão o comprimento da mesa e os resultados comparados.

Não é necessário estabelecer padrões para todas as grandezas físicas, pois muitas delas estão relacionadas. Então o que se faz é definir padrões acessíveis e invariáveis para as grandezas físicas fundamentais, ou seja, um número mínimo de grandezas a partir das quais se possa fazer medições das demais.

Uma conferência geral de pesos e medidas, reunida no período de 1954-1971 selecionou sete gradezas de base: comprimento, massa, tempo, intensidade luminosa, intensidade de correne elétrica, temperatura termodinâmica e quantidade de matéria. As demais grandezas são chamadas grandezas derivadas e são definidas em função das sete grandezas de base. Para expressar essas grandezas existem alguns sistemas de unidades, entre os quais o mais utilizado é o Sistema Internacional de Unidades, aprovado pela conferência de pesos e medidas. As unidades de base do SI são:

grandeza	unidade	símbolo
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
intensidade de corrente elétrica	Ampère	A
temperatura termodinâmica	Kelvin	K
quantidade de matéria	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

Para a unidade de comprimento, o metro foi introduzido originalmente durante a revolução francesa pelo governo francês, definido como a décima milionésima parte (10^{-7}) de um quadrante do meridiano terrestre. Essa distância foi medida e assim foi construída uma barra de platina para comparação, guardada em condições controladas e à temperatura de 0^{O}C. Medições posteriores mostraram que a barra diferia ligeiramente do valor definido, assim a definição de metro passou a ser simplesmente o tamanho daquela barra. Ela foi então reproduzida para que se tormasse acessível a todos.

Um padrão mais preciso e mais fácil de ser reproduzido foi obtido por Michaelson em 1893, que utilizou o comprimento de onda da radiação emitida por uma lâmpada de cádmio para comparação com a barra padrão. Em 1960 a conferência de pesos e medidas adotou oficialmente um padrão atômico para o metro, o comprimento de onda da luz emitida pelo isótopo de massa 86 do Kriptônio.

Finalmente, em 1983, o metro passou a ser definido em função da velocidade da luz no vácuo.

Com tudo isso, fica claro que ao se utilizar uma régua para fazer uma medição direta, estamos comparando uma quantidade de comprimento a um padrão construído a partir daquele padrão definido.

É importante perceber que não podemos esperar que esta ou qualquer medida seja exata. Haverá sempre algum erro inerente à medição.

Margem de Erro

Dado um instrumento de medida deve-se observar a escala graduada numa determinada unidade. A menor divisão dessa escala vai limitar a precisão da medida. Uma leitura entre os dois valores marcados deve ser feita estimando-se o valor intermediário e levando-se em conta que essa estimativa acarretará numa imprecisão da medida. Deste modo, é comum considerar-se uma incerteza de metade do valor da menor divisão da escala quando a interpolação é visualmente possível.

Uma régua graduada em centímetros, por exemplo, possibilita uma medição com margem de erro de ± 0,5 cm. Se o resultado da medição é estimado em 16,4 cm, onde o 16 representa os algarismos exatos e o 4 um algarismo duvidoso (total de 3 algarismos significativos), esse valor deve ser expresso: (16,4 ± 0,5) cm.

Quando tratamos uma medida indireta, ou seja, obtida através de uma função de outras grandezas medidas diretamente, devemos também levar em conta os algarismos significativos.

Medidos dois comprimentos com o mesmo instrumento e somados os valores, a soma deve ter o mesmo número de casas decimais:

L1=2,5 cm
L2=4,5 cm

L1+L2= 7,0 cm

No caso dessas medidas terem sido tomadas com instrumentos de precisão diferente, não há sentido em preservar o número de casas decimais do valor mais preciso:

L1=2,5 cm
L2= 4,52 cm

L1 +L2=7,0~~2~~ cm =7,0 cm

No caso da multiplicação, deve-se expressar o resultado com o mesmo número de algarismos significativos (exatos+duvidoso) que o número menos preciso:

A= L1 x L2 = 11,~~25~~ cm^2= 11 cm^2

Para outras funções deve-se proceder da mesma forma, fazendo todos os cálculos necessários e cortando os algarismos não significativos ao final. Para tanto, deve-se levar em conta no arredondamento do algarismo duvidoso (último significativo) apenas o valor do primeiro algarismo a ser cortado.
Sendo este menor ou igual a 4 o algarismo duvidoso permanece o mesmo. Sendo maior ou igual a 6 uma unidade deve ser somada ao duvidoso. Sendo igual a 5, o duvidoso deve ser mantido caso seja par e acrescido de uma unidade caso seja impar.

Exemplos:

3,550 x 4,21 = 14,9~~455~~ = 14,9
3,550 x 4,33 = 15,3~~715~~ = 15,4
3,550 x 6,41 = 22,7~~555~~ = 22,8

$3{,}550 \times 7{,}00 = 24{,}8\cancel{500} = 24{,}8$

Considerando que a margem de erro de uma medida representa um intervalo no qual pode ser encontrado o "valor real" da grandeza física, ao se utilizar esses valores para obter medidas indiretas de outras grandezas, o resultado terá conseqüentemente uma incerteza. Também as margens de erro devem ser consideradas no cálculo e a incerteza propagada. Para o caso da soma de duas medidas ($x \pm \Delta x$) e ($y \pm \Delta y$) um critério comumente aceito é de que o erro da soma $z = (x + y)$ será dado por

$$(\Delta z) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Exemplos:

L1 = (2,5± 0,5) cm
L2 = (4,5± 0,5) cm

L1 + L2 = (7,0 ± 0,7) cm

L1 = (2,5± 0,5) cm
L2 = (4,52± 0,01) cm

L1 + L2 = (7,0 ± 0,5) cm

Para medidas indiretas provenientes de multiplicação ou divisão o erro relativo ($\Delta z/z$) do resultado será dado pela raiz quadrada da soma dos erros relativos quadráticos de cada termo (obs: usando que o logaritmo do produto é a soma dos logaritmos esta regra é na verdade derivada da anterior):

$$\left(\frac{\Delta z}{z}\right) = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

Exemplos:

L1 = (2,5± 0,5) cm

L2 = (4,5± 0,5) cm

A = L1 x L2 = (11± 3) cm^2

L1 = (2,5± 0,5) cm

L2 = (4,52± 0,01) cm

A = L1 x L2 = (11± 2) cm^2

Para calcular o erro propagado de uma função qualquer F(x, y) que depende das variáveis medidas calcula-se a derivada total dessa função:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy$$

A derivada parcial é na realidade a derivada comum em relação a cada variável considerando a outra variável como constante.

Para uma função qualquer F(x,y) a incerteza absoluta propagada para o valor da função será:

$$\Delta F = \sqrt{\left|\frac{\partial F}{\partial x}\right|^2 \Delta x^2 + \left|\frac{\partial F}{\partial y}\right|^2 \Delta y^2}$$

Onde Δx é a incerteza da medida de x e Δy é a incerteza da medida de y.

A partir do erro relativo de uma medida, ou seja, o erro dividido pelo valor medido, pode ser útil calcular o erro percentual, expresso em porcentagem:

$$erro\ relativo = \left(\frac{\Delta x}{x}\right)$$

$$erro\ percentual = \left(\frac{\Delta x}{x}\right) \times 100\%$$

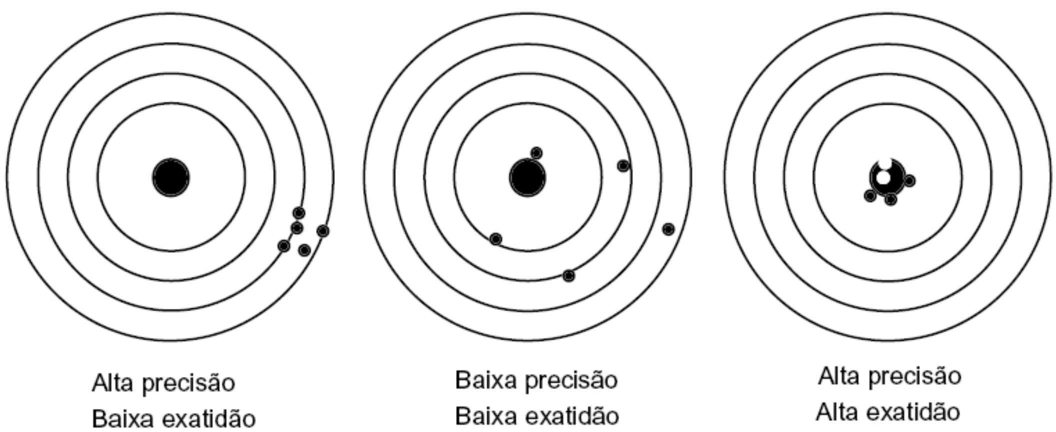
Para fazer comparações entre duas medidas experimentais, por exemplo tomadas por métodos distintos, ou um valor teórico esperado e o seu resultado experimental, a diferença entre dois valores pode ser expressa em porcentagem:

$$diferença\ percentual = \left|\frac{x_t - x_{\exp}}{x_t}\right| \times 100\% \quad ou \quad \left|\frac{x_1 - x_2}{x_1}\right| \times 100\%$$

Onde o denominador pode ser a média das duas medidas $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ ou aquela considerada por alguma razão a mais acurada.

Fontes de Erro

Erros sistemáticos numa medição acontecem em função de um instrumento mal calibrado (uma balança que não parte do zero, por exemplo) ou de técnicas erradas de medição (como uma medição de comprimento feita a partir da extremidade da régua e não do início da marcação). Também simplificações do modelo teórico podem acarretar erros sistemáticos. Este tipo de erro faz com que as medidas fiquem todas acima ou abaixo do valor real, piorando a exatidão ou acurácia dos resultados. Em geral as fontes de erro sistemático têm como ser identificadas e o erro eliminado.



Erros aleatórios que geram flutuações nas medidas podem ter origem em diversos fatores, como condições de temperatura, pressão, iluminação, etc. Esse tipo de erro também pode ter origem no método de observação, como por exemplo se a precisão do instrumento for superestimada ao se interpolar a menor divisão da escala. Os erros aleatórios afetam a precisão das medidas e nem sempre podem ser eliminados. Esses erros, em geral, obedecem a uma distribuição simples, flutuando em torno de um valor mais provável, e podem portanto ser tratados de forma estatística.

Ao repetir a mesma medida um determinado número de vezes parte dos resultados deverá estar acima do valor real e parte abaixo, já que as fontes de erro que regem essas flutuações são aleatórias.

Modelo teórico X Experimento

Os modelos teóricos utilizados para explicar fenômenos Físicos são obtidos, em princípio, da observação desses fenômenos e determinação do padrão de comportamento de uma grandeza em relação à outra. Se esse padrão pode ser descrito por uma função matemática, podemos então construir um modelo que deve explicar o determinado fenômeno naquelas condições e que possa ser reproduzido.

Um modelo pode ser válido apenas em um certo limite ou sob determinadas condições. Um exemplo é a força de atração gravitacional, que, no caso geral, depende do inverso do quadrado da distância entre os corpos ($F_G \propto \frac{1}{r^2}$). No entanto, se observarmos o comportamento de corpos em queda livre na Terra notaremos que sua aceleração é aproximadamente constante. A distância entre os corpos neste caso (o corpo em queda e a Terra) é a distância entre os centros de massa dos mesmos, portanto aproximadamente igual ao raio da Terra. Nesse limite, observamos que o deslocamento do corpo está relacionado com o tempo de queda por uma função simples, um polinômio de segundo grau, cujos coeficientes podemos determinar empiricamente.

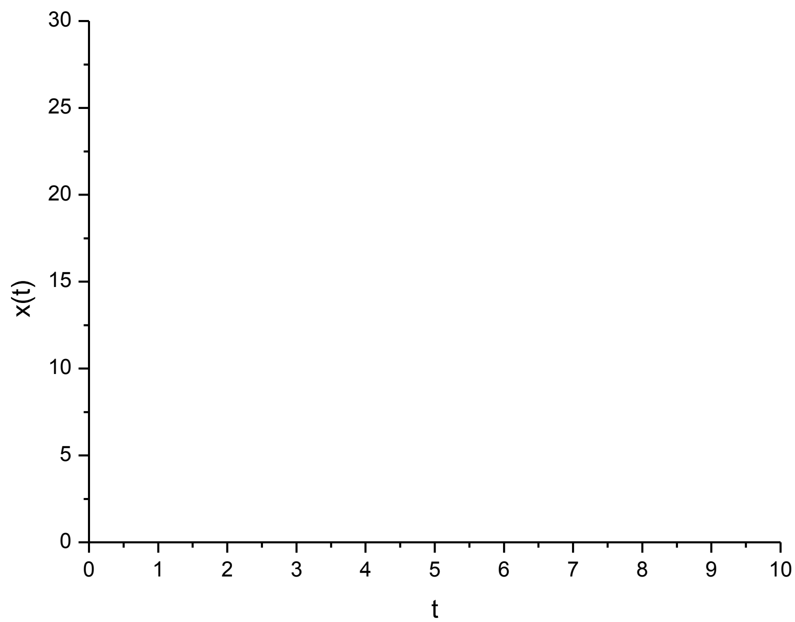
Uma vez instituído um modelo e conhecidos os limites nos quais ele representa o comportamento observado das grandezas, ele nos orienta a respeito de que experimento devemos realizar e sob que condições. Muitas vezes a origem de um determinado comportamento pode ser identificada e o fator em questão tratado separadamente ou eliminado para que os demais fatores possam ser testados.

No caso de um objeto que desse um trilho inclinado, sabemos que a atração gravitacional irá conferir a ele uma aceleração proporcional à gravitacional e também que o atrito diminuirá essa aceleração. Podemos eliminar (ou diminuir) o fator atrito usando um trilho de ar e, sob estas condições, analisar o movimento levando em conta que a aceleração terá origem apenas na atração gravitacional. Deste modo, podemos variar o deslocamento e medir o tempo decorrido, observando o padrão de comportamento dessas grandezas, e então determinar quantitativamente o fator que as relaciona.

Representação gráfica dos dados experimentais

Num experimento, quando se deseja variar uma determinada condição para que se possa medir o efeito dessa variação numa outra quantidade, a representação gráfica dos dados é muito útil. O gráfico permite a visualização dessa relação de causa e efeito, possibilita a identificação de um padrão de comportamento dos dados, discriminando os pontos duvidosos evidenciando uma relação funcional que pode ser representada por uma equação matemática. Além disso, o gráfico permite muitas vezes a interpolação ou a extrapolação dos resultados. Para tanto, é preciso que ele seja construído de forma adequada.
Na representação gráfica, a variável independente é descrita pelo eixo horizontal e a variável dependente pelo eixo vertical.

$$x = x(t)$$



Cada eixo representa uma grandeza Física, portanto o símbolo que representa essa grandeza deve constar do gráfico, bem como a unidade utilizada.
A orientação do papel deve ser escolhida em função do número de unidades de cada grandeza a ser representado nos eixos.

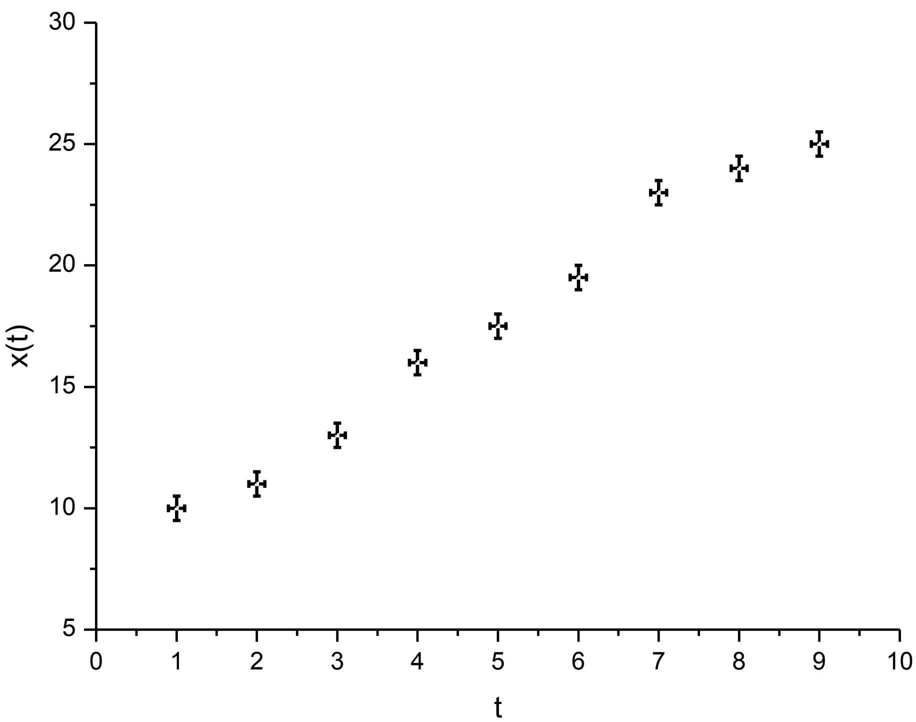
As divisões do papel representarão unidades da grandeza a ser medida e a escala deve ser escolhida de forma conveniente. É importante perceber que escolhida a escala, os valores representados no papel terão sua precisão limitada à menor divisão do mesmo. Por essa razão, devemos usar a maior área possível do papel e tomar limites que abranjam todos os valores da tabela e que estes fiquem o mais espalhados possível. Por exemplo, se temos na tabela valores que vão de 540 a 547 não devemos incluir o valor zero entre os valores marcados na escala. Nesse caso, devemos tomar o eixo com no máximo 10 unidades da grandeza medida (de 540 a 550, por exemplo). Isso vai depender também de se desejarmos extrapolar a função até algum valor de interesse. Se desejarmos conhecer o valor que a função teria na posição 570 será conveniente dividir o eixo em 30 unidades (de 540 a 570) em detrimento da precisão. O fator de escala deve ser escolhido com atenção. Não devemos fracionar a divisão de centímetro, devemos sim escolher a escala inteira imediatamente superior ou inferior, conforme o caso. No exemplo citado, se vamos representar valores que vão de 540 a 547 no eixo de 25 cm teremos:

25/7 = 3.6

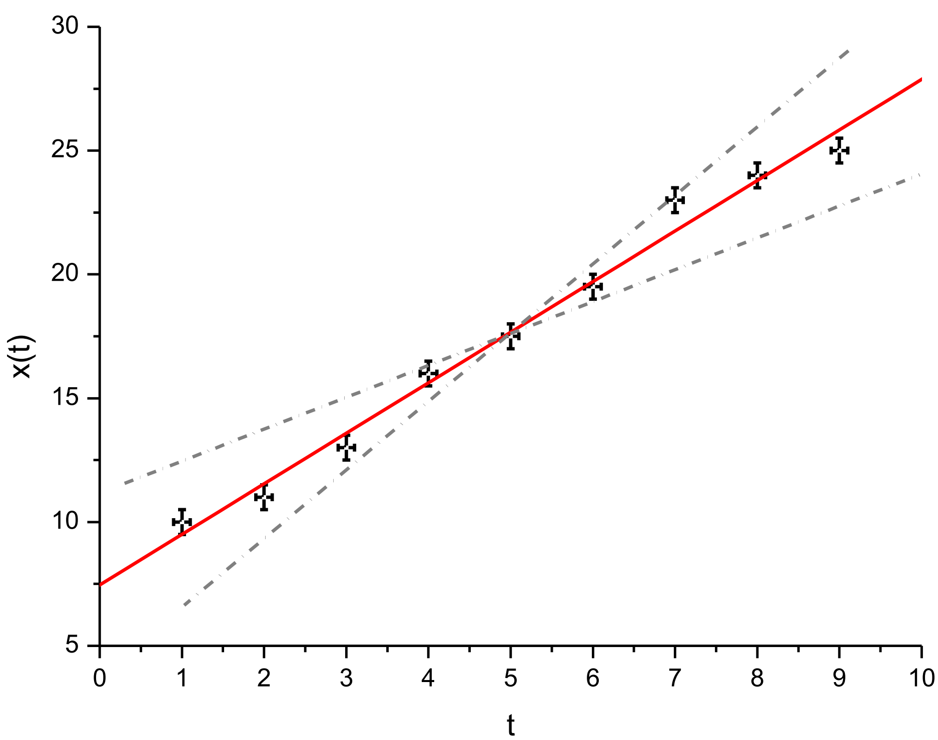
Se dividíssemos a escala em 4 cm para cada unidade precisaríamos de 28 cm para que todos os pontos estivessem no gráfico.

Dividindo a escala de forma adequada, marcamos então alguns valores da mesma para relacionar as posições no eixo com os valores correspondentes da grandeza medida. Apenas esses valores devem estar marcados nos eixos e apenas eles vão permitir a leitura dos valores dos pontos experimentais e pontos interpolados ou extrapolados na reta.

Jamais devem ser marcados nos eixos os valores experimentais obtidos. Estes serão marcados no ponto correspondente do valor (x,y). Devem ser ilustradas com cada ponto suas respectivas barras de erro (verticais e horizontais)



Marcados os pontos no gráfico, podemos então analisar esse padrão de comportamento. Com base no modelo teórico supomos um comportamento linear da variação da posição com o tempo, logo, devemos traçar uma reta que represente esse padrão. A reta não deve ser traçada ligando dois pontos nem precisa passar pela origem. Para estimar a melhor reta possível devemos achar o valor médio das medidas em x e o valor médio das medidas em y. No caso do gráfico que estamos traçando, somaremos os n valores de posição, dividindo o resultado por n, determinando o valor médio da posição. Da mesma forma, tomamos a média aritmética dos valores medidos de tempo. Este ponto deve então ser marcado no gráfico e a reta deve ser traçada de forma a passar por ele. Para encontrar a melhor inclinação da reta devemos traçar duas retas: uma de maior inclinação, deixando acima da reta todos os pontos menores que o ponto médio e abaixo dela todos aqueles maiores, e uma segunda reta de menor inclinação, deixando abaixo dela os pontos menores que o ponto médio e acima dela todos aqueles maiores. A melhor inclinação será a reta média das duas.



Obtida a reta que determina o padrão de comportamento dos pontos experimentais, queremos calcular sua inclinação. Para isso vamos tomar qualquer intervalo de posição e seu intervalo correspondente de tempo. É importante notar que esses valores são tirados da reta traçada, não são valores experimentais. Devemos escolher dois pontos que tenham fácil leitura. Outro detalhe relevante é que a divisão deve ser feita entre os valores das grandezas e com suas respectivas unidades, valores em centímetros da escala fornecem apenas o ângulo de inclinação da reta, não trazem informação da escala utilizada.